



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Škola:	Střední škola obchodní, České Budějovice, Husova 9
Projekt MŠMT ČR:	EU PENÍZE ŠKOLÁM
Číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0536
Název projektu školy:	Výuka s ICT na SŠ obchodní České Budějovice
Šablona III/2:	Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo šablony:	VY_32_INOVACE_MAT_371
Předmět:	Matematika
Tematický okruh:	Funkce
Autor, spoluautor:	Mgr. Karel Petřík
Název DUMu:	Vlastnosti funkce
Pořadové číslo DUMu:	11
Stručná anotace:	Prezentace popisuje způsob určování vlastnosti funkcí, které je zde názorně předvedeno na některých jednodušších funkcích.
Ročník:	2.
Obor vzdělání:	63-41-M/01 Ekonomika a podnikání, 65-42-M/02 Cestovní ruch
Metodický pokyn:	Při úkolech žáci pracují samostatně, výsledky jsou postupně kontrolovány a opravovány, aby žáci nepracovali s případnou chybou. Žáci použijí snímky prezentace označené Opakování k ověření pochopení určování vlastností funkcí u nejjednodušších funkcí.
Výsledky vzdělávání:	Žák rozpoznají některé vlastnosti funkce, pochopí způsob jejich určování u nejjednodušších funkcí.
Vytvořeno dne:	7. 9. 2013
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora.	

# Vlastnosti funkcí

U funkcí budeme určovat tyto vlastnosti:

- **$D(f)$ ,  $H(f)$ ,**
- **MIN, MAX, omezenost,**
- **průsečíky s osami,** (viz lineární fce)
- **určení monotonie,**
- **zda je lichá, sudá, prostá.**

Některé vlastnosti se naučíme určovat z grafu funkce, některé si řekneme, až budeme probírat jednotlivé typy funkcí.

# Definiční obor, obor hodnot

Definiční obor jsme již určovali v předchozích hodinách z předpisu funkce, nyní si ukážeme **určení  $D(f)$  a  $H(f)$  z grafu funkce.**

Pro připomenutí:

Mějme funkci  $f: y = f(x)$

(kde je každému číslu  $x$  přiřazeno právě jedno číslo  $y$ )

–  $D(f)$  je množina všech hodnot  $x$ ,

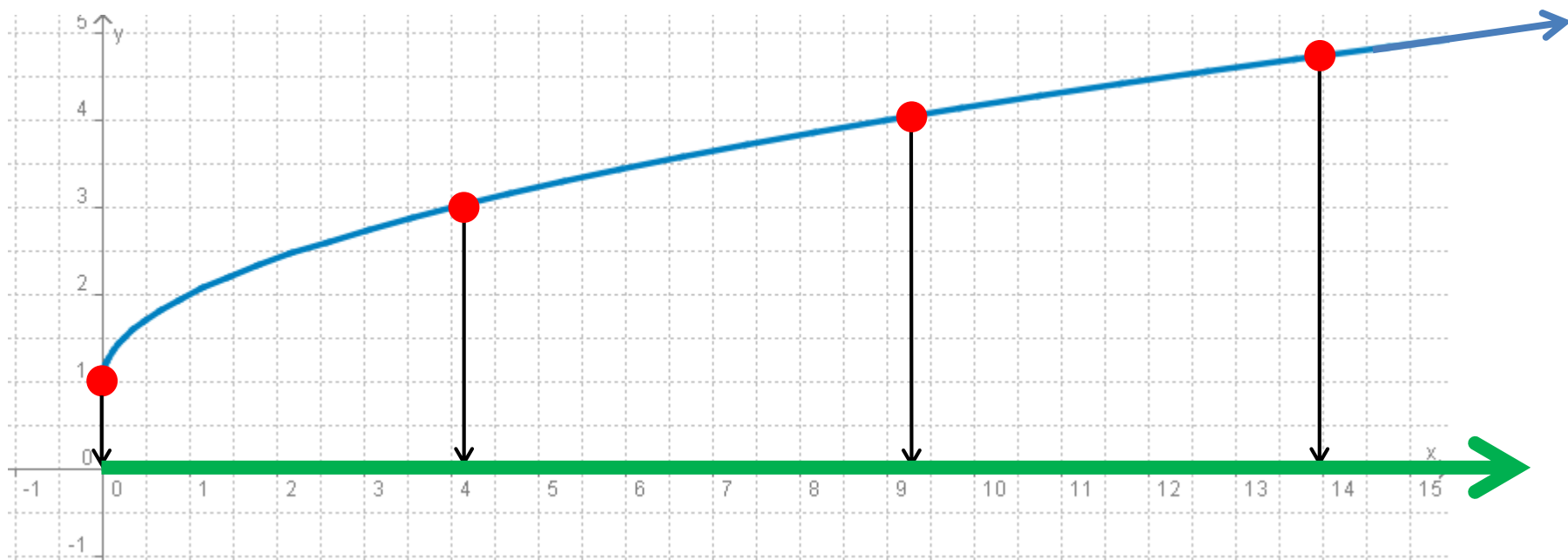
**(určujeme na ose  $x$ )**

–  $H(f)$  je množina všech hodnot  $y$ .

**(určujeme na ose  $y$ )**

# Definiční obor

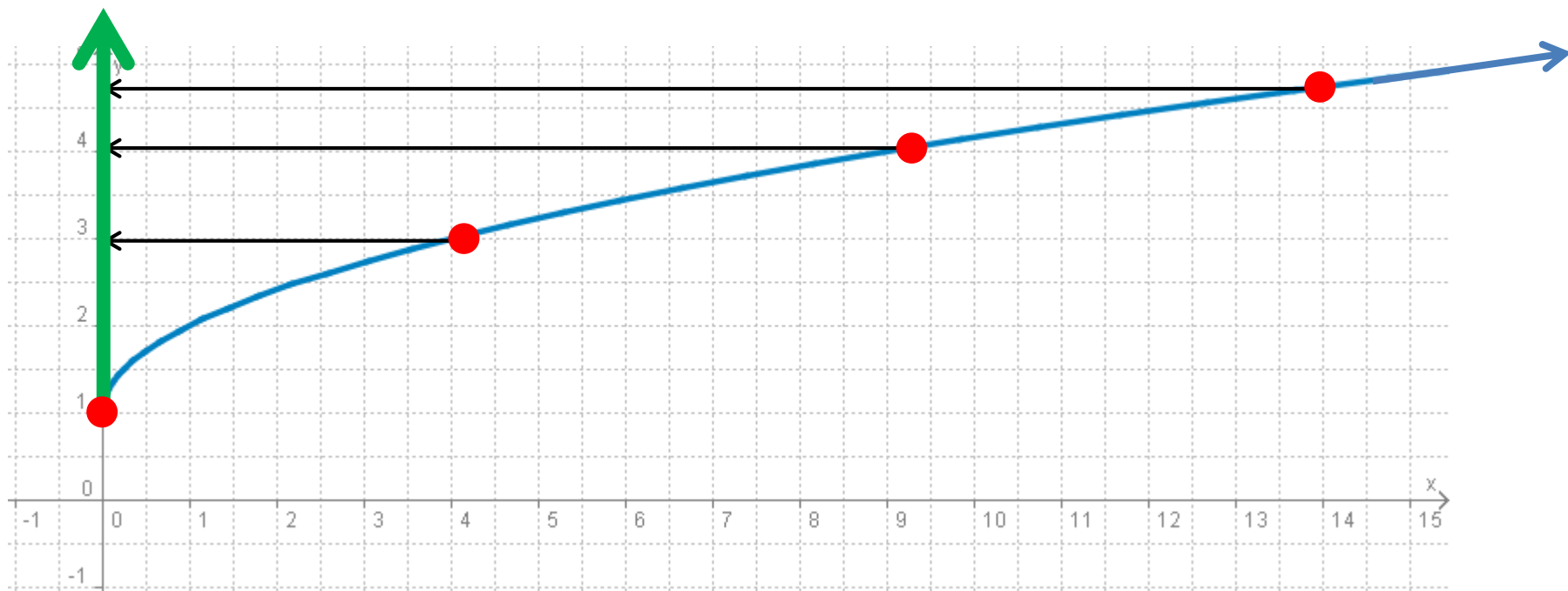
**Definiční obor** určíme tak, že pro celý graf určíme (zakreslujeme) odpovídající hodnoty **na ose x** a zapíšeme jej pomocí množiny či intervalu.



$$D(f) = \langle 0, \infty \rangle$$

# Obor hodnot

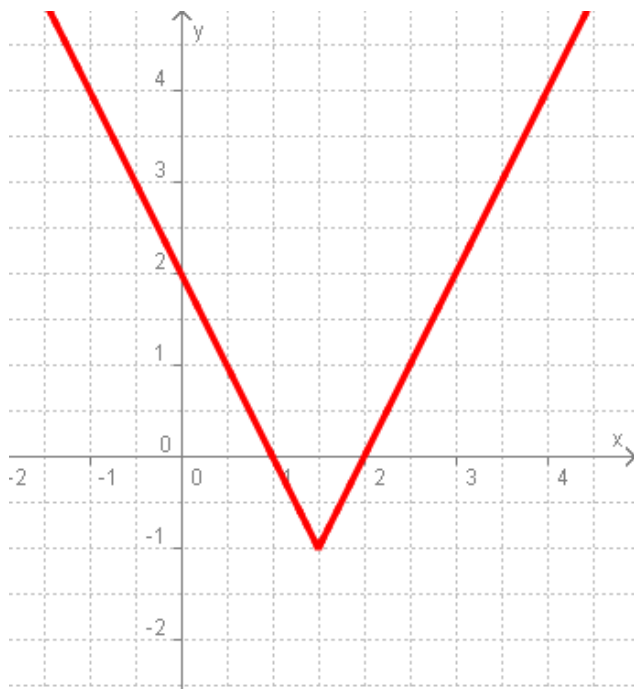
**Obor hodnot** určíme tak, že pro celý graf určíme (zakreslujeme) odpovídající hodnoty **na ose y** a zapíšeme je pomocí množiny či intervalu.



$$H(f) = \langle 1, \infty \rangle$$

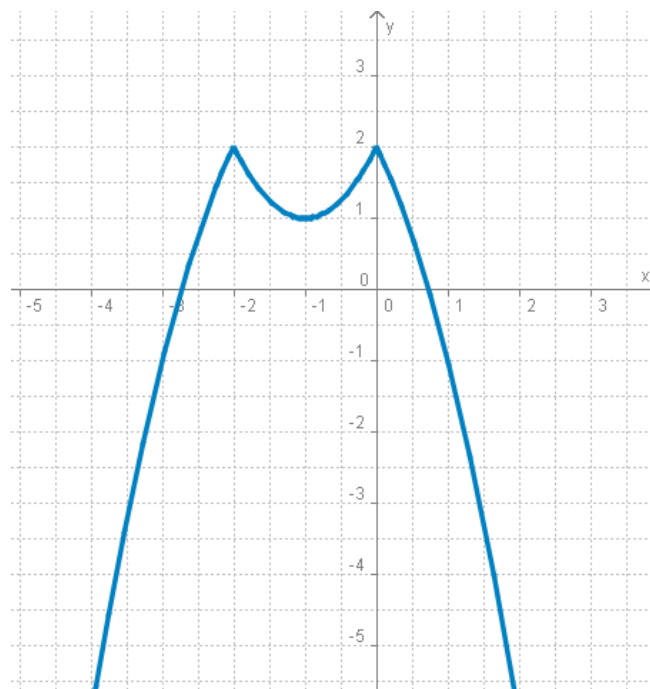
# Příklad

Určete  $D(f)$  a  $H(f)$  u zadaných funkcí.



$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$H(f) = \langle -1, \infty \rangle$$



$$D(f) = \mathbb{R}$$

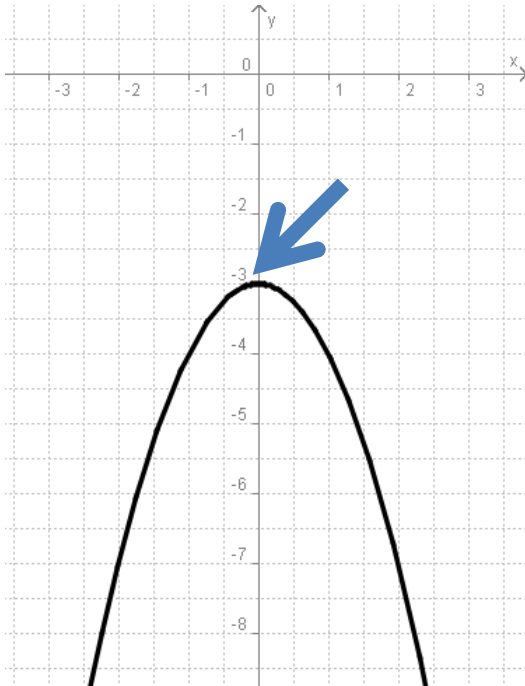
$$H(f) = (-\infty, 2)$$

# Minimum, maximum, omezenost

Tyto vlastnosti určíme z grafu funkce:

- **MINIMUM** je bod grafu, pod který již nezasahuje žádná jiná část grafu,
  - má-li funkce minimum, je zdola omezená.
- **MAXIMUM** je bod grafu, nad který již nezasahuje žádná jiná část grafu,
  - má-li funkce maximum, je shora omezená.
- **OMEZENÁ FCE** je funkce, která je omezená shora i zdola.

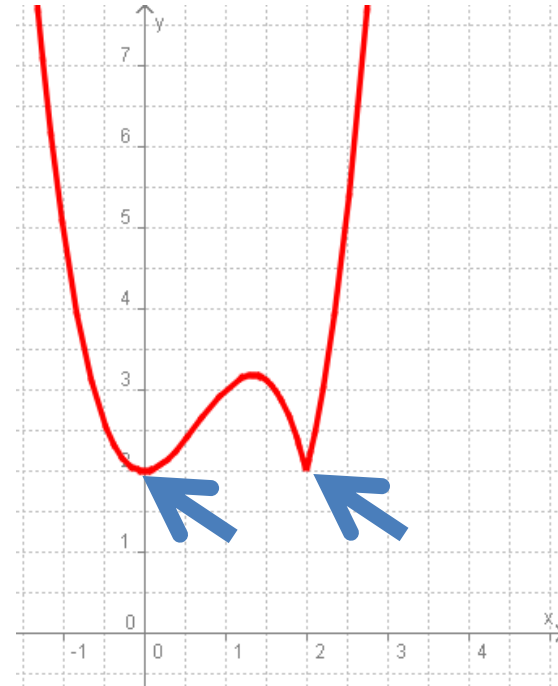
# Minimum, maximum, omezenost



**MAX [0, -3]**

**Pro hodnotu  $x = 0$  nabývá funkce maximum  $y = -3$ .**

**FUNKCE SHORA OMEZENÁ**



**MIN1 [0, 2], MIN2 [2, 2]**

**Pro hodnotu  $x = 0$  nabývá funkce minimum  $y = 2$ .**

**Pro hodnotu  $x = 2$  nabývá funkce minimum  $y = 2$ .**

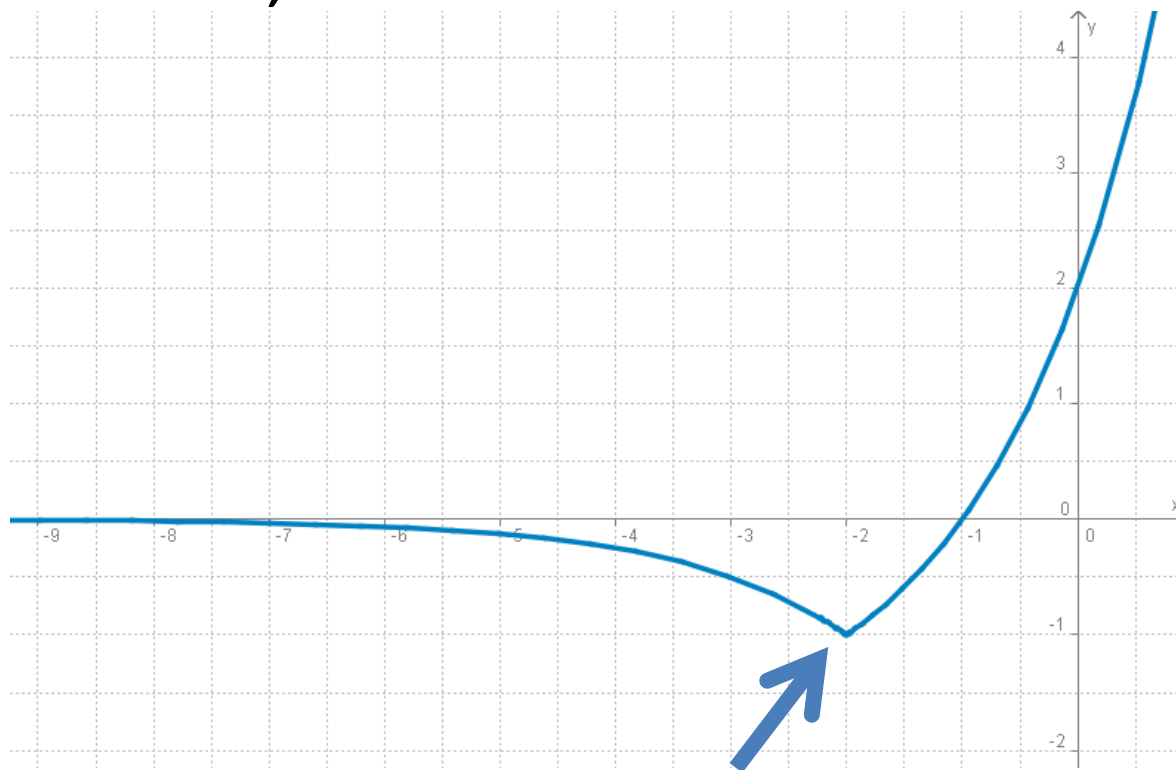
**Funkce má dvě minima.**

**FUNKCE ZDOLA OMEZENÁ**



# Příklad

Určete minima, maxima a omezenost funkce.



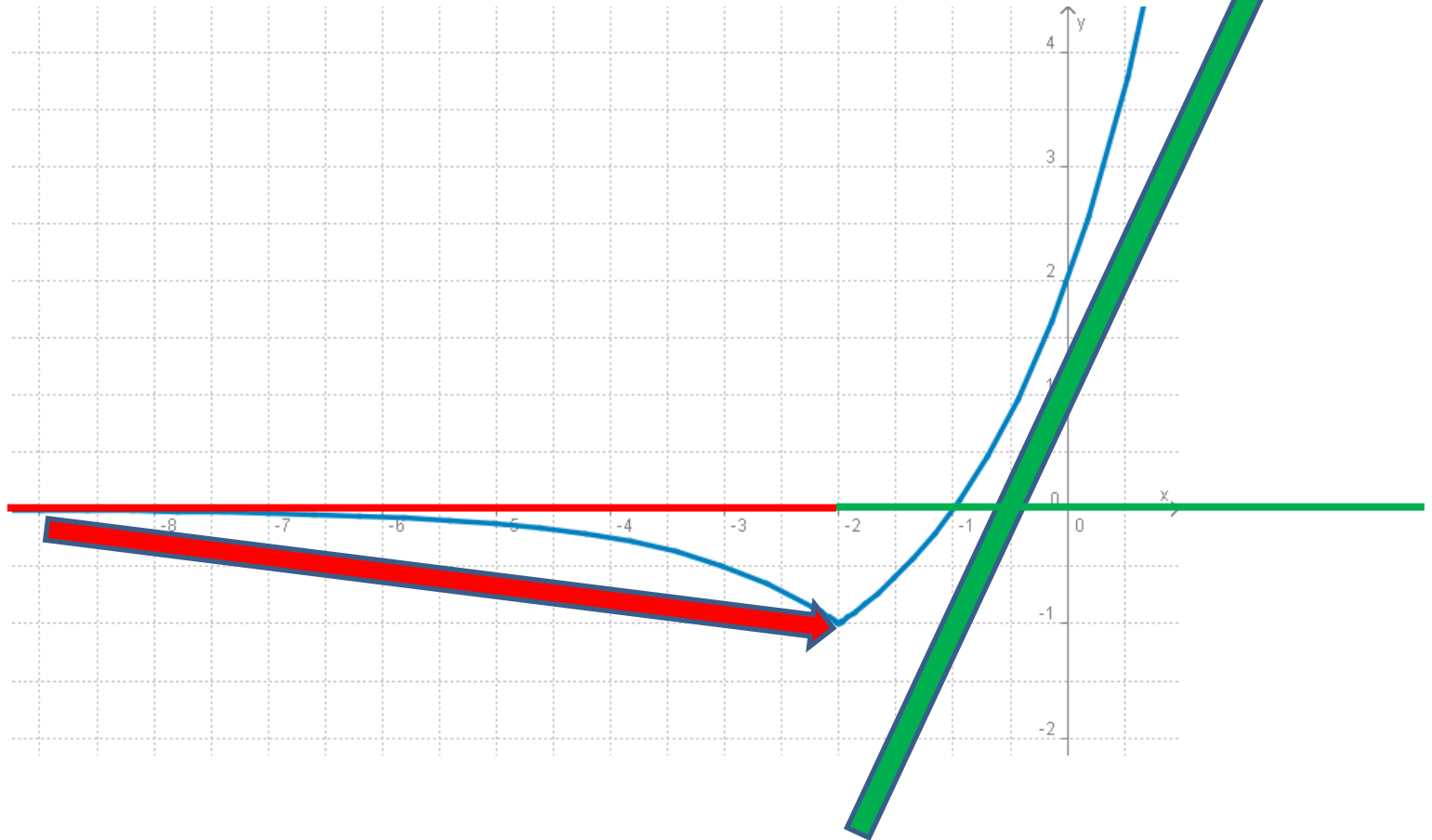
**Funkce nabývá minima v bodě  $[-2, -1]$   
(neboli: funkce nabývá pro  $x=-2$  minima  $-1$ ).  
Funkce je zdola omezená.**

# Monotonie

Funkce může být v intervalu:

- rostoucí,
- klesající,
- nerostoucí (tj. klesající nebo konstantní),
- neklesající (tj. rostoucí nebo konstantní).

# Monotonie

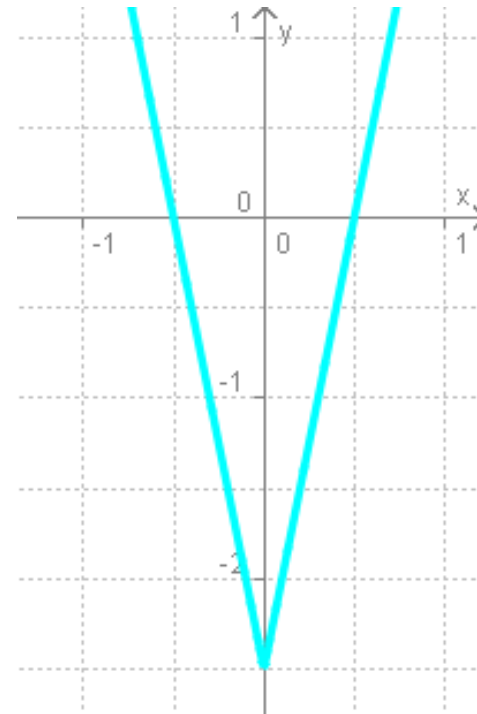
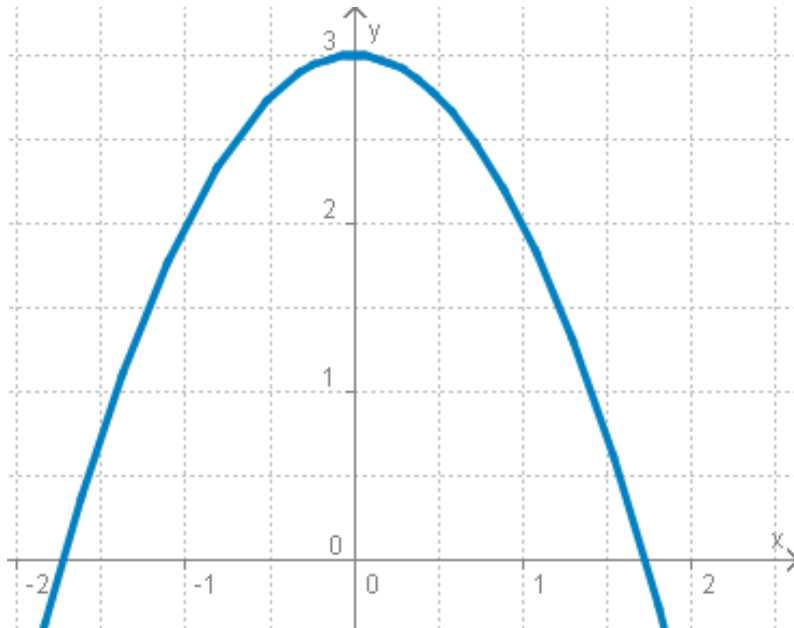


**Klesá na intervalu  $(-\infty, -2 >$**

**Roste na intervalu  $< -2, \infty)$**

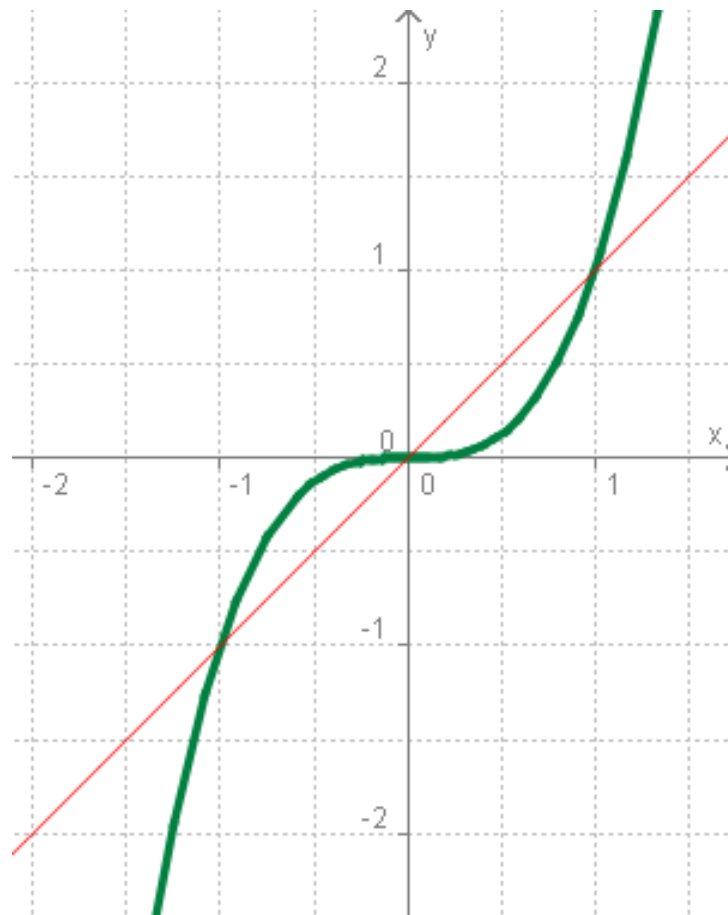
# Sudá, lichá, prostá funkce

- **Sudá funkce má osově souměrný graf přes osu  $y$ .**



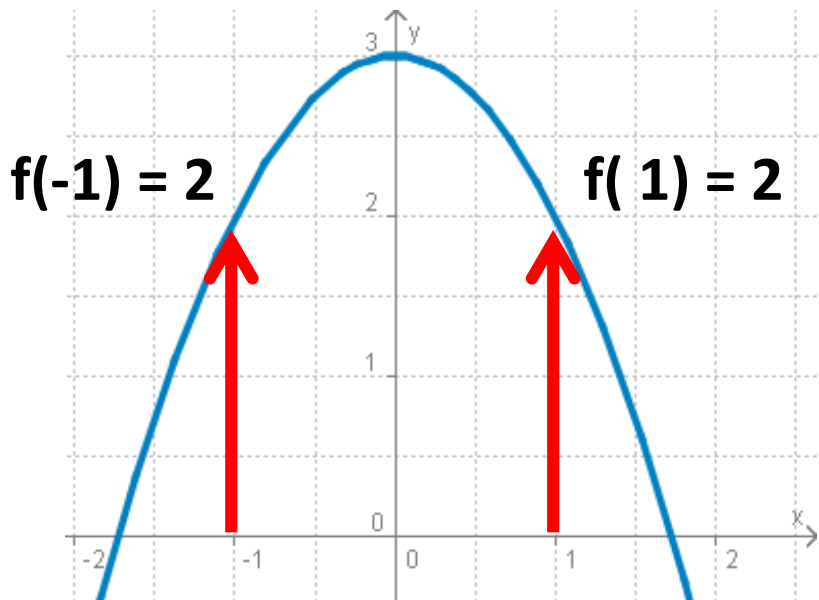
# Sudá, lichá, prostá funkce

- **Lichá funkce má graf středově souměrný přes počátek  $O[0,0]$ .**

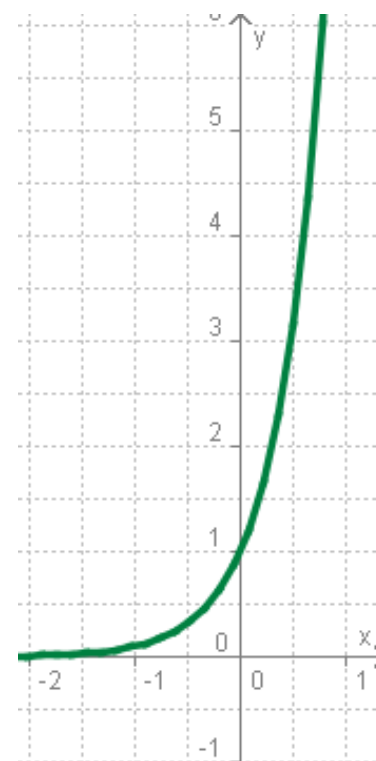


# Sudá, lichá, prostá funkce

- Prostá funkce je taková, pro jejíž každé dvě různé hodnoty  $x_1, x_2$  jsou různé hodnoty  $y_1, y_2$ .



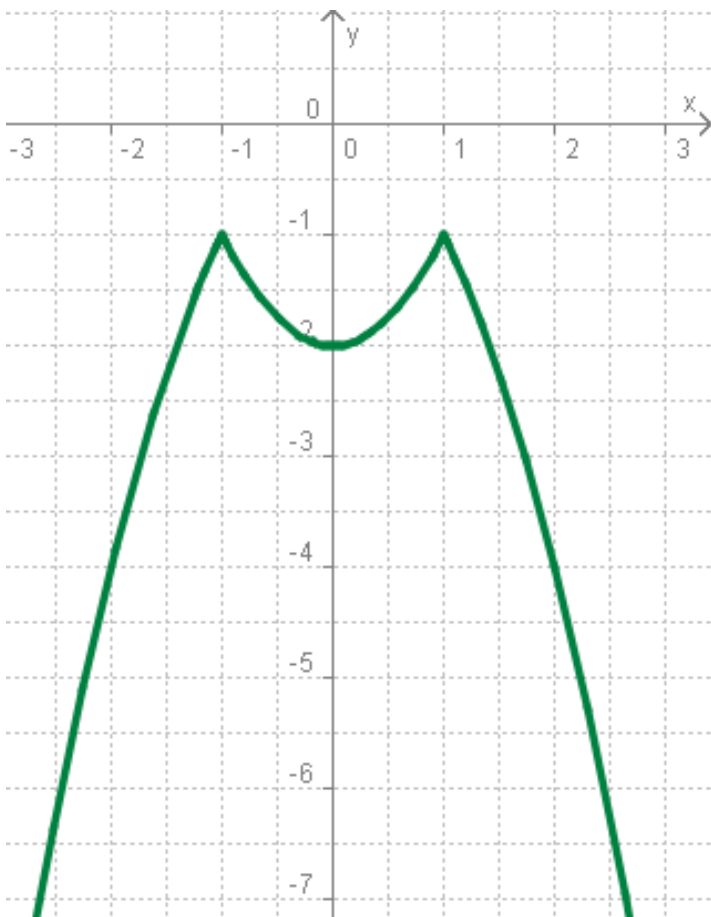
funkce není prostá



prostá funkce

# Opakování

Určete vlastnosti zadané funkce.



**Řešení:**

- $D(f) = \mathbb{R}$
- $H(f) = (-\infty, -1 >$
- maximum  $y=-1$  nabývá pro  $x = -1$  a pro  $x=1$ ; je shora omezená
- funkce roste v intervalech  $(-\infty, -1 > \cup < 0, 1 >$
- funkce klesá v intervalech  $< -1, 0 > \cup < 1, \infty)$
- funkce je sudá, není prostá

Řešení

# Literatura

- POLÁK Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 8. vydání. Praha: Prometheus, 2003, s. 117-122. ISBN 80-7196-267-8.